

時には教科書に戻ってみよう！

数学を学習するとき、多くの皆さんは

「教科書を読むか授業ノートを作る → 問題集・参考書・プリント等で演習」

の順に進めていくはずで、授業の受け方によっては教科書をまったく開かないという人もいます。ところが、それは非常にもったいないことです。入試レベルを含めて、ある程度難しい問題に取り組めるようになった後にこそ、教科書の本当の良さが分かり、また積極的に使えるようになります。

たとえば、指数・対数の分野で出てくる「底の変換公式」を考えてみてください。

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad (a, b, c \text{ はどれも } 1 \text{ でない正の数})$$

という公式、最初はとにかく覚えたと思うのですが（筆者もそうでした）、理由は一応聞いたことは聞いた気がするという程度で、振り返る機会がありません。ところが、あとになって『なんでこうなるんだろう？』と疑問に思ったりしませんか？

…もちろん、ちゃんと理由があります（あるんですよ？）。経験上、最初に習ったときよりも、少しひねった問題に当たって、その解説を受けた（または本で読んだ）ときなどに、むしろそういうことがふと頭をよぎったりするものです。そういうとき、もしかすると皆さんは「今さら教科書に戻るなんて、カッコ悪い」と思うのでしょうか、そういう疑問を無理やり心の中にしまいこもうとしがちのようです。でも、それは間違いです。しっかり基本事項を見直すことを自分自身のカラダが要求（？）している、まあ一種の「サイン」のようなものだと思って、そういうときにこそ迷わず教科書（もしくは初級レベルの参考書）で基本事項を見直すようにしてください。

$p = \log_a b$ とすると $b = a^p$	← ①	対数の定義による
$c > 0, c \neq 1$ として、 c を底とする両辺の対数をとると		
$\log_c b = \log_c a^p$	← ②	ここがポイント！
よって $\log_c b = p \log_c a$		
$a \neq 1$ により $\log_c a \neq 0$ であるから	← ③	両辺をこの数で割ってもいいよ！の意味
$p = \frac{\log_c b}{\log_c a}$		

さて、具体的な導出（理由を説明して公式を導くところ）はどの教科書でもおおよそ上のようになっているはずですが、①ですですにつまずいてしまったという人は、さらに対数の定義のところに戻って見直しましょう（決して恥ずかしいことではありません。必要だと思ったらどんなことでも積極的にやるべきです！）。その定義はまさに①そのものなの

時には教科書に戻ってみよう！

ですが、イメージをつかんでもらうために言い直すとしたら、

a を何乗すると b になりますか？ という「疑問文」を作ったときの答え

を記号を使って表したのが対数といえます。その「答え」を仮に p としておいて、 \log の出てこない形に直すようですね。これは、疑問文を肯定文に直しているようなものです。…何だか英語の文法問題みたいですけど、実は数式だって一種の言語なんですよ。余談になりますが、学年が上がって内容が高度になるとつまずくという人の多くは、この意識が持っていないことが多いと思います。

そのあと、②のように両辺の対数をとっていますが、実はここが最大のポイントになっています。これは、当てずっぽうやたまたまでそうしているわけではなく、ちゃんと目的があります。変換式の右辺にある $\log_c b$ や $\log_c a$ が出てくるようにというのがそれなんです。そういう見方ができますか？ 徐々に出来るようになってください。ここまでくれば、 p がオモテに出てくるように式変形をしていって、 $p = \dots$ の形にしてから p をもとの $\log_a b$ に戻せば終わりです。

一応その前に③の1行がありますが、これは両辺がいつも $\log_c a$ で割れることの確認をしているだけです。 a は最初に \log の底の場所に書かれている数ですから、1になるわけがありません。だから $\log_c a$ が0になることはないよ、ということです。もし、この説明を自分で書けと言われたらこれがないと「減点」になるでしょうが、確認するだけならば最悪、理解できなくてもかまいません。それよりも、全体の流れとポイントを押さえるように心がけてください。

…どうです？ 結構、頭を使うでしょう？ 一般的ないわゆる「入試っぽい問題」を解くときはまた別の頭の働かせかたをしないとイケなくて、ある意味新鮮だったのではないのでしょうか。皆さんが誰かと同じ問題集や演習書で問題を解いていくとして、分野を限らずこのような初歩的な内容に関する疑問を持ったとき、問題文や解説のその場所だけ見てずっと悩んでいるだけの人、悩もうともせずとにかく丸暗記するだけの人は、一体どうなるでしょう。勉強したことが、ちゃんと身につくのでしょうか？

もちろん、何かあったときに自分で教科書や導入向けの本を読み直す習慣をつけばそれが一番理想的です。が、いきなりそうしろとは言いません。そういうとき、まずは学校の先生など指導者のところへ随時質問をしに行くようにしましょう。とりあえずは、そこでもう一度教えてもらって、しっかり理解しようと努力することです。…ただ、いつまでもそれに頼ってはいけません。最終的にはそういうことも含めて自分で出来るようになる必要があるということです。