

【定点観測レビューとは】（はじめての皆さん向け→【注】）

【調査対象テーマ&書籍】

今回、テーマとして「場合の数・確率」より有名テーマ「最短経路の個数」を選び、主に教科書レベルの確認と入試の基礎固め向けの教材について比較した。「同じものを含む順列」の応用例題であるが、教科書でも扱われている一方で、入試の基礎～標準レベルにかけて場合の数を求める総まとめ的な問題にも発展させやすいため、（たとえば北海道大で出題された問題のように）様々な出題パターンが生まれ、参考書などの教材でもほとんどで何からの形で扱われている。

本調査では総合（網羅系）参考書の調査をメインとし、「高校これでわかる数学」（文英堂）などの初学者向けのものから、「ニューアクションβ」（東京書籍）など中級者向け、「青チャート」（数研出版）など上級者向けまで幅広く行った。また、その際、例題として扱われているか、また類題としてどのような問題が収録されているか（反復問題か発展問題かの違いなど）について特に意識し、網羅性、到達点、演習量、学習効果などの立場から分析を試みている。

そのほか、参考のために「Z会数学基礎問題集 チェック&レポート」（Z会出版）などの問題集、「大学への数学 1対1対応の演習」（東京出版）などの演習書、さらに検定教科書と傍用問題集についても同様の調査を行い、教材の種類による比較も行った。

【テーマ概略：最短経路の個数】（→【注】）

【調査方法】

以下の項目について、必要事項を記録したものを一覧表にまとめる。

- * 書名・出版社名
- * 問題枠・種別難易・番号：どのような位置づけの問題として収録されているかについて、「例題」「基本例題」「類題」「練習」「難易度2」等その本における収録枠および問題番号を記録。さらに、調査結果（後述）をまとめる際、大きく例題・例題に付属する類題・その他の問題（章末など）に分け、それぞれ赤、黄、白で色分けした。
- * 出題パターン：以下のパターンに分け、それが小問の何問めか（単問は○）を記録。
 - ー 通常（全経路）：
 - 通過点等の条件がなく、すべての経路の個数を求める設問。
 - ー 積（積の法則のみを用いる）：
 - ある1点、もしくは2点以上を同時に通過する経路の個数を求める設問。
 - ー 余事象（余事象の法則を単体で用いる）：
 - ある1点を通らない経路の個数を求める設問。ここまでが教科書レベルである。

ー総合（前述3パターンを組み合わせで解く）：

前述3パターンに加え、和集合の要素の個数「 $n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q)$ 」や「ド・モルガンの法則」他の公式を用いて解くもの、通過点を設定して場合分けして和の法則を用いて足し合わせて解くものなど、総合問題。入試基礎～標準レベル。

ー特殊（街路の形が特殊、街路の形は普通だが $+\alpha$ の条件設定がある）：

街路が立体になっているもの、街路を歩く人の出会いなどの条件設定があるもの。入試標準～やや難レベル。

* 出典：出題大学名が明記されているものについてのみ記録。

* 備考：街路の形、特殊な設問がある場合はその概要

【調査結果】※参照

→ <http://green.ap.teacup.com/reviewer/mizuno/html/saitankeir008.pdf>

【考察・所感】

まず初学者向け総合参考書では、教科書レベルを確実に押さえることを主眼とした「白チャート」（数研出版）の収録数・レベル（例題として「通常」「積」、さらに類題で「余事象」を扱う）が基準となる。これに比べ、「高校これでわかる数学」（文英堂）では、(4)のような小間があることから、少ない問題数で到達度を高くしようとしている印象を受けるが、先のことを考えれば好印象。これに比べ、「ニューアクションγ」（東京書籍）は少々欲張りすぎの印象を受ける。「例題」→「練習」で主要パターンを1題ずつ見せ、節末の定期テスト対策問題「pretest」で反復するという展開は秀逸であるものの、その間に挟まる「問題」がこのレベルの参考書としては難しく、全体としての歯切れを悪くしてしまっている。節末の「Let's Try」は蛇足であろう。同じ出版社では「β」で同じ位置づけとしている問題より難しいという逆転現象が起こっている。

中級者向け総合参考書では、「シグマトライ」（文英堂）における扱いが定番である。つまり、例題として「通常」「積」、類題で「総合」を扱い、さらに節末にも総合問題を収録するわけだが、さらに、「本質の解法」（旺文社）のように「余事象」の小間をどこかで扱えばより飛躍が少なくなり、理想的な配列となる。比べると、「理解しやすい数学」（文英堂）は問題数不足の感あり。有名テーマであるから、節末か「テスト直前要点チェック」に同種の問題を付け足すべきであろう。あと、こちらは旧課程時代から気になっていたことであるが、「黄チャート」（数研出版）ではずっと「基本例題」で空白が複数ある街路を扱っていて、(2)は場合分けも煩雑になる。このレベルの問題であれば、類題の最後の方が節末以降で扱うべきであろう。「ニューアクションβ」（東京書籍）では、問題数がやや多いが、例題のページだけで基本パターンがすべて網羅できる。しかし、前節の「Let's Try」として、つまり「同じものを含む順列」の公式を扱う前にこの種の問題を

収録しているのが余計である。数え上げの練習としては高度すぎるし、学習者を混乱させるものになるので、特に理由がなければやめて欲しい。

上級者向け総合参考書になると、レベルが全体として上がるのはもちろんだが、各書の編集意図が顕著に現れる。例題ページは「青チャート」（数研出版）が最も完成度が高いと感じる。「基本例題」の段階で主要パターンを網羅してしまい、下の「練習」では空所を増やすなど条件を複雑にして反復させているわけだが、教科書レベルをひととおりマスターしてしまった生徒さん向けということを意識すれば、例題の問題と解説はサッと読むだけで理解（もしくは知識の穴埋め）をし、そのうえで「練習」をメインにするのがひとつのスタイルになるであろう。ただ、節末の「演習問題A」「演習問題B」とのギャップも目立つ。他テーマの問題も含め特殊（突飛）な問題が目につき、敷居が高くなってしまっている。自習書という立場で言えば、ここはもう少し分量を絞って欲しい。「ニューアクション α 」（東京書籍）は無難な収録といえる。筆者自身が「 α 」びいきだということもあるかも知れないが、節末以降の発展具合を含めて好印象を持った。網羅性の話をすれば、例題・練習を通じて「余事象」に偏っているのが多少気にはなるが、致命的ではない。また、下の「問題」で扱われている問題（大学名が伏せられているが東京女子医大の問題）は適度に頭を使わせる良問であり（一見複雑そうだが、空所に点と十字形の街路を補えば単純に「余事象」の考え方で解ける）、煩雑でないのもポイント高い。筆者は、このレベルの参考書の類題枠には「問題文をうまく読み取れば典型パターンそのままか単純な組み合わせに帰着できる問題」を多く収録して欲しいと常々考えているのだが、他テーマも含め、私大入試の小問を中心にこういった「参考書向けの」問題がまだまだ数多くある（もしくはこれからも数多く出てくる）はずである。今後も「 α 」に期待したい。「本質の研究」（旺文社）も、教科書学習時の発展演習用にちょうど良いレベルの問題をほどよく扱っているが、例題のページでは教科書レベルか α 程度までしか扱っていないから、「章末問題Aランク」まできちんと解いて演習量を確保したい。目安としては、ここまでやって「青」における「例題+練習」まで網羅できると認識しておこう。

同じく上級者向け総合参考書に位置づけられる本でも、「赤チャート」（数研出版）と「大学への数学」（研文書院）（通称「黒大数」）は、（今さら言うまでもないが）数学が好きで、かつ非常に得意な生徒さん向けの印象があり、そのとおりの結果となった。特に「赤」では、本調査で扱った参考書で唯一「例題」付属の「練習」の段階で特殊なパターン（街路が立体状になった問題で、さらに特定の点の通過・不通過まで扱う）まで扱っている。確かに本質的には「同じものを含む順列」の応用なのであるが、普通の受験生には気づきづらい飛躍であろう。「黒大数」は、教科書事項も一応扱ってはいるが、パターン網羅的学習とは一線を画し、問題の意味を確実に捉えてきちんと答案を作る（もしくは数え上げ等の計算をする）方向にもついでこうとしている印象を受ける。変わった問題に多く触れたいなら「赤」、じっくり考えるのが好きなら「黒大数」を薦めたい。

さらに、同様の調査を、比較対照のため市販問題集・演習書、また検定教科書・傍用問題集についても行った。結果、特徴的であったのは、本テーマ自体の扱いによって到達点が変わり、それによって収録パターンにもはっきりとした違いが見られたことである。

市販問題集・演習書では入試問題を到達点として強く意識していて、ほとんどの本では問題の後半で必ず「総合」もしくは「特殊」を扱っている。私大および中堅までの国公立大志望者向けに基礎から標準まで問題を幅広く扱っている本では前者、難関大志望者向けの演習・足固めを意識した本では後者に重点が置かれている。さらに、本来なら教科書レベルである「積」単体の収録も、「チェック&リポート」（Z会出版）のように教科書確認と入試小問・センター対策の演習とを半々に位置づけている本では非常に多く見られる。

検定教科書では、数研出版版での扱いが基準となるが、東京書籍版では本テーマをより大きく扱っているのが特徴的である。誘導付きではあるものの、通過点を設定して場合分けをさせるところまで扱っているのは教科書では珍しい。本テーマを大きく扱って欲しいという現場からの要求が大きくなっていることがうかがえる。加えて、傍用問題集の多くでは本テーマを教科書事項の反復に適した題材と捉えているらしく、「余事象」単体の出題が大変多いのが印象的であった。

==== 【注】

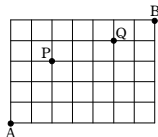
【定点観測レビューとは】

ある1つの出題テーマに注目し、それが複数の教材においてどう扱われているかを記録し、またそれらを比較することによって、教材間の網羅性・レベル・傾向の相違に関するある種の見通しを得るもの。と同時に、教材を作成する際の選題や配列の仕方、さらには各教材においての妥当性、有用性に関して、客観的なデータをもとに議論するきっかけとする。

【テーマ概略：最短経路の個数】

〔例題1〕

右の図のような道のある町がある。次のそれぞれの場合において、A地点からB地点まで最短距離で行く経路は何通りあるか。



- (1) [通常] A から B まで行く。
- (2) [積1] A から P を通って B まで行く。
- (3) [積2] A から P と Q を両方通って B まで行く。
- (4) [余事象] A から P を通らずに B まで行く。
- (5) [総合] A から P または Q を通って B まで行く。
- (6) [総合] A から P も Q も通らずに B まで行く。（北海道大）
- (7) [総合] P では直進しか出来ないとき、A から B まで行く。（白鶴大）

〔特殊〕

この道を A から B まで最短距離で歩く人と B から A まで最短距離で歩く人が出会う歩き方は何通りあるか。ただし、2人は同時に出発し同じ速さで歩く。（中央大他）

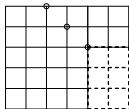
〔特殊〕

この道を A から B まで最短距離で行く経路のうち、右折と左折の回数の合計が3回であるような経路は何通りあるか。（昭和薬大）

右折と左折の回数の合計が高々3回であるような経路は何通りあるか。（都立大）

〔例題2〕※ 問題文は省略

- ※ 最短経路は図の3個の○のうち、どれか1つを必ず通るので、どの○を通るかで場合分けするのがセオリー。いわゆる「関所を作って解く」パターン。解法としては高度な部類に入る。
- ※ 点線部分を補い、経路の総数から点線部分を通る経路を引くと簡単に求まる場合があり、この解法へ誘導する出題もある。



※ その他、小学生にも解ける方法として、途中の各地点までの経路の合計を地図に書き込みながらどんどん足し算していく方式も広く知られている。ただし、本調査ではこの解法で解くことを特に想定しない。

=====